

## **O ÚLTIMO TEOREMA DE FERMAT E SUAS REPERCUSSÕES NA MATEMÁTICA ATRAVÉS DOS SÉCULOS**

**Alexandre Ferreira Santos Junior, Gian Willian Tavares de Souza, Tcherlysnen Droan Lopes Santos, Jorge da Silva Werneck**

**RESUMO:** Este artigo expõe a história do Último Teorema de Fermat, e os eventos que resultaram em sua desenvoltura no decurso dos trezentos anos até sua solução, além de uma síntese histórica dos participantes que viabilizaram a solução desse problema. O teorema instigou algumas das pessoas mais inteligentes que tentaram sem sucesso solucioná-lo. Nesse sentido, essa pesquisa tem como pauta a relevância que o teorema trouxe no decorrer do tempo, dado que se trata de uma das maiores questões da história da matemática, na qual incentivou os matemáticos que sucederam Fermat a tentar desvendá-lo. **INTRODUÇÃO:** O Último Teorema de Fermat é um enunciado sem demonstração escrito por Pierre de Fermat, que ao abordar esse assunto, anotou nas margens de um livro: "Eu descobri uma demonstração maravilhosa, mas a margem deste papel é muito estreita para contê-la." Ocorre que Fermat vem a falecer e não revela a demonstração de seu teorema, e assim surge um dos maiores mistérios da matemática que perdurou por mais de trezentos e cinquenta e seis anos. Tal proposição possui origem na Grécia antiga no célebre Teorema de Pitágoras  $x^2+y^2=z^2$  que se mostrou uma veracidade absoluta para todos triângulos retângulos. Pierre de Fermat utilizou-se dessa premissa para formular seu próprio teorema, ao afirmar que "Não existe uma solução não trivial de três números inteiros e satisfazendo a equação  $x^n+y^n=z^n$  para  $n$  maior que 2". Sendo assim, este trabalho tem como finalidade dissertar sobre a história do Teorema de Fermat, além de mostrar os progressos conquistados na tentativa da resolução do teorema mencionado, bem como os personagens históricos que contribuíram para sua resolução que, apesar de sua relevância, são poucas as escritas de caráter científico em português que contam a sua história sendo, as escritas, muito extensas com um grande aprofundamento ou muito superficiais, portanto, este artigo busca, justamente, trazer um meio-termo a esses extremos. **METODOLOGIA:** O seguinte artigo traz consigo um estudo com base exclusivamente teórica, sobre a cronologia de um dos principais problemas da história da matemática que recentemente chegou à sua resolução. Através da leitura de diversos materiais que abordam o assunto de história da matemática, sobretudo o livro "O Último Teorema de Fermat" de Simon Singh, os acadêmicos desenvolveram esta pesquisa com intuito de demonstrar a importância do legado de Fermat, que reverberou por mais de 300 anos até os dias atuais.

**Palavras-chave:** Teorema, Andrew Wiles, Fermat.

## **INTRODUÇÃO**

O Último Teorema de Fermat é um enunciado sem demonstração escrito por Pierre de Fermat, que ao abordar esse assunto, anotou nas margens de um livro: "Eu descobri uma demonstração maravilhosa, mas a margem deste papel é muito estreita para contê-la." Ocorre que Fermat vem a falecer e não revela a demonstração de seu teorema, e assim surge um dos maiores mistérios da matemática que perdurou por mais de trezentos e cinquenta e seis anos.

Tal proposição possui origem na Grécia antiga no célebre Teorema de Pitágoras  $x^2 + y^2 = z^2$  que se mostrou uma veracidade absoluta para todos triângulos retângulos. Pierre de Fermat utilizou-se dessa premissa para formular seu próprio teorema, ao afirmar que "Não existe uma solução não trivial de três números inteiros e satisfazendo a equação  $x^n + y^n = z^n$  para  $n$  maior que 2".

Sendo assim, este trabalho tem como finalidade dissertar sobre a história do Teorema de Fermat, além de mostrar os progressos conquistados na tentativa da resolução do teorema mencionado, bem como os personagens históricos que contribuíram para sua resolução que, apesar de sua relevância, são poucas as escritas de caráter científico em português que contam a sua história sendo, as escritas, muito extensas com um grande aprofundamento ou muito superficiais, portanto, este artigo busca, justamente, trazer um meio-termo a esses extremos.

## **METODOLOGIA**

O seguinte artigo traz consigo um estudo com base exclusivamente teórica, sobre a cronologia de um dos principais problemas da história da matemática que recentemente chegou à sua resolução. Através da leitura de diversos materiais que abordam o assunto de história da matemática, sobretudo o livro "O Último Teorema de Fermat" de Simon Singh, os acadêmicos desenvolveram esta pesquisa com intuito de demonstrar a importância do legado de Fermat, que reverberou por mais de 300 anos até os dias atuais.

## **RESULTADOS E DISCUSSÃO**

Durante aproximadamente 300 anos muitos matemáticos empenharam-se na solução do Último Teorema de Fermat, ainda que esses esforços não resultaram em sucesso, eles foram responsáveis por desenvolver diversos avanços na matemática que foram necessários à solução desse teorema. Dentre os grandes matemáticos que participaram da criação e da solução desse problema podemos citar: Pierre de Fermat, Leonhard Euler, Sophie Germain, Évariste Galois, Yutaka Taniyama, Goro Shimura e Andrew Wiles.

## **Pierre de Fermat**

Pierre de Fermat possui, obviamente, uma participação essencial na criação de seu próprio do teorema, mas antes de nos atermos à natureza do último teorema de Fermat compreendamos quem foi Fermat.

Pierre de Fermat nasceu em 20 de agosto de 1601, na cidade de Beaumont-de-Lomagne, no sudoeste da França. Seu pai, Dominique de Fermat, era um rico mercador de peles, e assim Pierre teve a sorte de receber uma educação privilegiada no monastério franciscano de Grandselve, seguido por uma passagem pela Universidade de Toulouse. Não há nenhum registro de que o jovem Fermat mostrasse qualquer talento especial para a matemática (SINGH, 2014).

Em 12 de janeiro de 1665 Fermat faleceu devido a uma doença, seu filho chamado Clément-Samuel, reuniu, durante o período de 5 anos, todas as anotações e cartas de seu pai e publicou em um livro intitulado de *Aritmética de Diofante com observações de P. Fermat*, inclusive, se não fosse pelos esforços de seu filho, o Último Teorema de Fermat teria sido esquecido assim como seria o seu trabalho.

E foi nesse livro em que Fermat havia escrito sobre seu mais desafiador teorema, nas margens de um problema ele escreveu:

É impossível para um cubo ser escrito como a soma de dois cubos ou uma quarta potência ser escrita como uma soma de dois números elevados a quatro, ou, em geral para qualquer número que seja elevado a uma potência maior do que dois ser escrito como a soma de duas potências semelhantes (SINGH, 2014).

Ou seja:  $x^n + y^n = z^n$  é uma declaração impossível.

## **Leonhard Euler**

O primeiro a conseguir um avanço significativo para a resolução do Último

Teorema de Fermat foi Leonhard Euler que nasceu na Basileia, Suíça, no dia 15 de abril de 1707, sendo ele um dos maiores matemáticos do século XVIII.

Euler contribuiu com uma enorme quantidade de artigos de matemática. Conta-se que ele disse que, ao que parecia, seu lápis o superava em inteligência, tão facilmente fluíam os artigos. Ele publicou mais de 500 livros e artigos durante sua vida. Por quase meio século depois de sua morte, obras continuavam a aparecer nas publicações da academia de S.Petersburgo (BOYER; MERZBACHZ, 2011).

Após um século depois da morte de Pierre, existiam apenas duas tentativas de se resolver o teorema de Fermat, porém eram para apenas dois casos específicos, pois Fermat teria deixado aos matemáticos uma pista para a demonstração de que não existiria solução para a equação:

$$x^4 + y^4 = z^4.$$

Segundo o livro de Simon Singh (2014), Euler teria adaptado a demonstração para provar que não há soluções para:

$$x^3 + y^3 = z^3.$$

Embora diversos matemáticos terem falhado ao tentar adaptar o método de Fermat de descida infinita para resolver os outros casos para  $n = 4$ , pois todas estas tentativas levavam a brechas lógicas:

Euler mostrou que, incorporando-se o número imaginário  $i$  em sua prova, ele poderia tapar os buracos na demonstração e forçar o método da descida infinita a funcionar para o caso de  $n = 3$ .(SINGH, 2014).

Por mais que Euler tenha tentado provar em suas teorias que o problema de Fermat estava correto para todos os outros números, o método da descida ao infinito acabou terminando em fracasso.

## **Sophie Germain**

A próxima pessoa a contribuir com um avanço para o problema seria a matemática Sophie Germain, que diante de uma sociedade extremamente preconceituosa e nacionalista da França durante sua revolução, conseguiu vencer esses obstáculos e alcançar o status de, não apenas matemática, mas também de uma física brilhante, sendo reconhecida por Gauss, um dos maiores, se não o maior, estudiosos de seu tempo.

Sophie Germain nasceu no dia 1º de abril de 1776, filha do negociante Ambroise-François Germain. Fora do trabalho, sua vida foi dominada pelas agitações da Revolução Francesa – o ano em que ela descobriu o amor pelos números foi o mesmo ano da Queda da Bastilha, e seu estudo do cálculo foi obscurecido pelo Reinado do Terror. Seus pais eram financeiramente bem sucedidos, mas a família de Sophie não pertencia à aristocracia (SINGH, 2014).

Sophie Germain não dedicou sua vida inteira de estudos à matemática, ela iniciou uma carreira produtiva na física, onde sua maior contribuição foi um trabalho intitulado de “memórias sobre as vibrações de placas elásticas”, que juntamente com suas pesquisas sobre o Último Teorema de Fermat lhe garantiram condecorações acadêmicas.

### **Évariste Galois**

Nascido no dia 21 de outubro de 1811 no vilarejo francês de Bourg-la-Reine, Évariste Galois ingressou na École Normale e sua principal motivação era descobrir uma forma de resolver as equações de quinto grau, que até então não podiam ser resolvidas, nesta área ele produziu dois trabalhos e os submeteu a academia de ciências, onde seu avaliador, Augustin Louis Cauchy, julgou que os trabalhos de Galois eram dignos de concorrer ao grande prêmio de matemática da academia. Em seus trabalhos nunca fora objetivado o desvendar do Último Teorema de Fermat, mas tiveram uma grande influência na sua resolução posteriormente.

### **Yutaka Taniyama e Goro Shimura**

Conforme Ferreira (2016), no Japão pós segunda guerra mundial dois matemáticos, o Yutaka Taniyama e o Goro Shimura pesquisavam sobre as funções modulares (funções modulares: são funções que exibem módulos em sua lei de construção, além de apresentarem uma grande variedade de formas e simetrias). Suas pesquisas resultaram em uma suposição de que toda curva elíptica corresponderia a uma função modular, isto é, para cada curva elíptica seria possível mapear uma única forma modular. Essa proposição que ficou conhecida como “Conjectura de Taniyama-Shimura” nunca foi comprovada, porém, os autores conseguiram compreender propriedades que tornavam sua proposição verdadeira e passaram utilizá-la na resolução de problemas, como por exemplo o Último Teorema de Fermat.

### **Andrew Wiles**

Conforme SINGH (2002), aos 10 anos, Andrew Wiles conheceu o Último Teorema de Fermat lendo o livro O último problema, de Erick Temple Bell, o livro descrevia a história de Fermat em conjunto com seu teorema, bem como os matemáticos que não conseguiram solucionar o problema durante os trezentos anos. Após trinta anos Andrews Wiles, ainda sonhava em desvendar o teorema, porém não foi efetivo em seu progresso

Wiles utiliza os trabalhos de Évariste Galois para demonstrar sua conjectura, depois de seis anos de exílio, ele partilha seu segredo com Katz, ao receber ajuda do mesmo para analisar a sua demonstração em sala de aula, no curso de curvas elípticas. Depois de sete anos estudando, Wiles conclui sua demonstração da conjectura de Taniyama-Shimura, e como consequência, a demonstração do Último Teorema de Fermat.

Em maio de 1993 Wiles acreditava que havia solucionado o teorema, com isso foi a Cambridge apresentar sua demonstração. Após sua apresentação, o trabalho de Wiles foi submetido ao exame de avaliação, onde fora encontrado por Katz uma incoerência no trabalho. Com isso, Wiles pede um tempo para banca examinadora e passa quatorze meses corrigindo seus erros. Finalmente, após oito anos de estudos, ele consegue publicar seu trabalho em 1995 colocando um ponto final no mistério que perdurou por três séculos e meio.

**Tabela 1. Uma breve síntese da resolução do Último Teorema de Fermat**

1	De início, foi atribuído que o último teorema de Fermat está errado, ou seja, pode-se afirmar que existe no mínimo uma que satisfaça a equação $a^n + b^n = c^n$ , com $n > 2$ .
2	Seguindo com a demonstração, foi utilizada a “Conjectura de Taniyama-Shimura”, ela supunha que toda curva elíptica corresponderia a uma função modular, isto é, para cada curva elíptica seria possível mapear uma única forma modular. Por conseguinte, Gerhard Frey reescreveu Último Teorema de Fermat da seguinte forma: $y^2 = x^3 + (a^n - b^n).x^2 - a^n.b^n$ , que foi construída como uma curva elíptica que não possui uma representação modular.
3	Sendo assim, a Conjectura de Taniyama-Shimura afirma que toda curva elíptica

	corresponde a uma função modular e o Último Teorema de Fermat reescrito por Frey afirma que caso exista uma resolução, ela não terá uma representação modular, sendo assim, se alguém provar que Conjectura de Taniyama-Shimura é verdadeira não poderá existir uma curva elíptica sem representação modular, e portanto não existirá solução para o Último Teorema de Fermat.
4	No trabalho de Galois um conceito que seria a chave para que Wiles pudesse provar o teorema de Fermat, o problema que Wiles enfrentava perante a conjectura de Taniyama-Shimura é que ele precisava provar que infinitas equações elípticas, sendo essas infinitas por si só, um matemático poderia utilizar a prova por indução para provar um problema infinito, Wiles teria que provar por indução infinitas vezes para que obtivesse sua prova, neste ponto que Wiles usou a teoria dos grupos de Galois onde ele usava uma sequência específica de resultados usados para prever outros resultados.
5	Enfim, Wiles obteve a prova por contradição, visto que ao atestar que o último teorema de Fermat está correto, ou seja, assim como afirmou Fermat, sua proposição não há resolução, pode-se então criar uma curva elíptica que não pode ser modular, mas deve ser modular. Entretanto, não existe a possibilidade de serem ambos, a única resposta é que não existe tal curva.

Fonte: Autores, 2021.

## CONCLUSÃO

Na opinião geral, é possível notar vários achismos sobre a matemática ser exata e autêntica, isso decorre da forma que o conteúdo é exibido nas aulas, onde para todo obstáculo existe uma resolução natural, passando a ideia de que a resolução dos problemas é direcionada somente ao aluno e que o mesmo não consegue por falta de capacidade. Essa forma de ensinar a matemática não permite que o aluno descubra as dificuldades enfrentadas pelos matemáticos ao longo da história, além de obstruir o maior aprendizado, no qual não se relaciona com o resultado do problema, mas sim com a maneira que se chega ao resultado, é assim que se constrói o conhecimento.

Como foi possível notar no artigo, existem várias inovações na matemática contemporânea que decorreram da tentativa ineficaz de solucionar um problema. Por fim,

vale ressaltar que após a correção de algumas falhas, a demonstração de Wiles foi finalmente publicada, com isso Andrew Wiles entrou para a história como o homem que conseguiu resolver um dos teoremas mais “simples” e desafiadores da história da matemática, que transpôs eras e envolveu o pensamento dos grandes matemáticos no decorrer dos anos, finalmente o Último Teorema de Fermat obteve sua solução.



## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

BOYER, Carl Benjamin; MERZBACHZ, Uta Caercilia. História da matemática. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2011. 504 p. (1).

FERREIRA, A. O. FERREIRA, A. C. O.; FERREIRA, B. F. O Último Teorema de Fermat. Macapá: Universidade Federal do Amapá, 2016. Disponível em: <https://www2.unifap.br/matematicaead/files/2016/03/TCC-AUREA-pronto-ok.pdf>

SINGH, Simon. O Último Teorema de Fermat: a história do enigma que confundiu as maiores mentes do mundo durante 358 anos. 21. ed. Rio de Janeiro: Editora Record, 2014. 324 p. Tradução de Jorge Luiz Calife.